

다변수 공정에서의 외란제거를 위한 다중루프 PI 제어기의 해석적 설계

Analytical Design of Multiloop PI Controller for Disturbance Rejection in Multivariable Processes

트 룽 부, 이 지 태, 이 문 용*
(Truong Nguyen Luan Vu, Ji Tae Lee, and Moon Yong Lee)

Abstract : This paper presents a new analytical approach for designing multiloop PI controllers for disturbance rejection in multivariable processes with time delay. The proposed method is based on IMC-PID design approach. To overcome a sluggish load response by dominant pole in the process, the IMC filter is modified to compensate the dominant pole effect. Based on the modified IMC filter, an analytical tuning rule for multiloop PI controller is driven by extending the generalized IMC-PID method for single input/single output (SISO) systems [1] to multi input/multi output (MIMO) systems. Simulation results show that the proposed method gives a satisfactory load performance as well as servo performance in the multiloop system.

Keywords : multiloop PI controller, generalized IMC-PID approach, disturbance rejection, multivariable process, controller tuning

I. 서론

대부분의 화학공정은 다중 입출력 변수로 이루어진 다변수 공정이다. 이들의 제어를 위하여 많은 현대적 고급제어 기법들에 대한 연구가 활발하게 이루어 지고 있으나 다변수 화학공정의 경우 고전적 다중루프 PI 제어기에 의한 방법이 가장 널리 사용되고 있다. 다중루프 구성에 의한 PI 제어는 만족할 만한 제어성능을 가져오면서도 그 제어구조와 방법이 간결하고 이해와 조작이 용이하며 루프 고장에도 강건하다는 여러 가지 산업적 장점을 가지고 있기 때문에 앞으로도 다변수 화학공정의 제어를 위한 가장 유력한 방법으로서의 위치는 변하지 않을 것으로 예상되고 있다.

이러한 다중루프 공정에서의 제어성능은 일단 제어구조가 정해지면 전적으로 제어기 조율에 의존하게 된다. 그러나 다변수 공정에서의 루프 간의 상호간섭 작용은 이러한 다중루프 PI 제어기의 조율을 매우 어렵게 한다. 한편 화학공정에서의 제어는 설정점 변화에 대한 추종성능 보다는 외란제거를 위한 부하성능이 보다 더 중요하기 때문에 제어기 설계도 이에 주안점을 두어 이루어지는 것이 바람직하다.

PID 제어기의 설계에 대한 접근방법 중 내부모델제어(IMC) 이론에 근거한 방법이 성능이나 강건성 등의 많은 장점으로 인하여 산업체에서 가장 널리 사용되고 있다. 이러한 IMC 기법을 기반으로 하는 PID 제어기의 해석적 설계는 단일변수 공정에 대해서는 많은 연구가 이루어져 왔으나 다변수 공정에 대해서는 루프 상호간섭에 따른 복잡성 때문에 상대적으로 한정된 연구 결과만이 나와있는 실정이다[2-6]. 최근 Lee 등[2]은 단일변수 공정에서의 IMC-PID 제어기 설계방

법[1]을 다중루프 제어계로 확장하기 위하여 다중루프 간섭 작용의 주파수 영역별 특성을 이용함으로써 설정점 추종을 위한 다중루프 PID 제어기의 간결한 해석적 설계 방법을 제안한 바 있다. 그러나 화학공정제어의 주 목적인 외란제거를 위한 다중루프 PID 제어기 설계방법은 아직 제안된 바 없다. 본 논문에서는 수정된 IMC 필터에 기반한 IMC-PID 방법에 기초하여 외란에 대한 부하성능 개선을 위한 다중루프 PI 제어기 설계 방법을 제안하고 그 성능을 확인하였다.

II. 부하성능 개선을 위한 다중루프 IMC-PID 설계 방법

다중루프 제어계(그림 1)에서의 페루프 전달함수는 다음과 같이 표현된다.

$$y(s) = H_r(s)r_f(s) + H_d(s)d(s) \\ = (I + G(s)\tilde{G}_c(s))^{-1}G(s)\tilde{G}_c(s)r_f(s) + (I + G(s)\tilde{G}_c(s))^{-1}G(s)d(s) \quad (1)$$

여기서 $G(s)$ 는 $n \times n$ 개루프 전달함수이며, $\tilde{G}_c(s)$ 는 다중루프 제어기, 그리고 벡터 $y(s)$, $r_f(s)$, $d(s)$ 는 각각 제어변수, 필터링 후의 설정점, 외란을 나타낸다.

일반적으로 다중루프 제어구조는 개루프 전달함수의 주대각 행렬요소 극점이 시스템 전체의 응답특성에 가장 우세한 영향을 가지도록 합성된다. 이 경우 외란에 대한 부하 응답

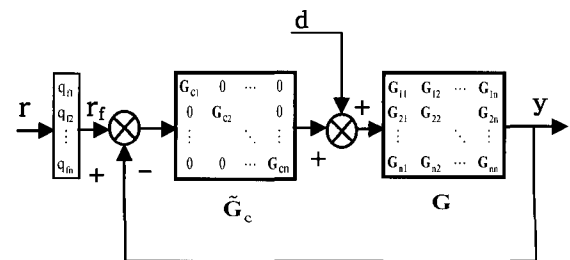


그림 1. 다중루프 제어시스템 블록선도.
Fig. 1. Block diagram of multi-loop control system.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2006. 2. 24., 채택확정 : 2006. 3. 13.

트룽부, 이문용 : 영남대학교 디스플레이화학공학부

(tnluanvu@yu.ac.kr/mynlee@yu.ac.kr)

이지태 : 경북대학교 화학공학과(jilee@bh.kyungpook.ac.kr)

※ 본 연구는 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2003-002-D00068).

은 이러한 우세 극점에 의하여 주로 좌우된다. 따라서 보다 신속한 외란 보상을 위하여는 제어기에 의하여 이러한 우세 극점이 제거될 수 있어야 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 개별 루프의 PI 제어기 설계를 위한 IMC 필터를 시간뒤집 항으로만 구성된 일반적인 형태가 아닌, 공정전달함수 중의 주대각 행렬요소에 포함된 우세극점을 제거하기 위한 시간 앞섬 항을 포함하는 앞섬-뒤집 조합형태로 제안하였다. 이 경우 IMC-PID설계방법[1]에 의거하여 루프 i 의 설정점에 대한 페루프 응답은 아래와 같은 형태를 가지게 된다.

$$\frac{y_i}{r_i} = R_i = \frac{G_{ii^*}(s)(\beta_i s + 1)}{(\lambda_i s + 1)^{n_i}} \quad (2)$$

여기서 G_{ii^*} 는 G_{ii} 의 비최소위상 부분으로서 all-pass 형태로 구성되며, λ_i 는 시스템의 응답속도와 안정성을 조절하기 위한 자유 매개변수로서 페루프 시상수에 해당된다. IMC필터 차수 n_i 는 IMC 제어기가 구현가능 하도록 적절히 크게 선정해 준다. 또한 시간앞섬 항에서의 β_i 는 공정의 주대각 행렬 요소에 포함된 우세극점 p_i 를 제거하기 위하여 아래와 같이 설정해 준다.

$$\left| 1 - \frac{G_{ii^*}(s)(\beta_i s + 1)}{(\lambda_i s + 1)^{n_i}} \right|_{s=p_i} = 0 \quad (3)$$

또한, 추가된 시간앞섬 항에 의한 설정점 추종응답에서의 과도한 오버슈트를 방지하기 위하여 $1/(\lambda_i s + 1)^m$ 형태의 설정점 필터 q_i 를 도입하여 제어계를 2 자유도 구조로 구성한다.

한편, 이상적인 페루프 응답 행렬 $\tilde{R}(s)$ 은 다음과 같은 대각행렬 형태로 표현될 수 있다.

$$\tilde{R}(s) = \text{diag}[R_1, R_2, \dots, R_n] \quad (4)$$

또한 다중루프 제어기는 적분항을 가지므로 다음과 같은 Maclaurin 급수로 나타낼 수 있다.

$$\tilde{G}_c(s) = \frac{1}{s} [\tilde{G}_{c0} + \tilde{G}_{c1}s + O(s^2)] \quad (5)$$

이때 \tilde{G}_{c0} 와 \tilde{G}_{c1} 은 각각 다중루프 PI 제어기의 적분동작 항과 비례동작 항에 해당됨을 알 수 있다.

(5)에서 볼 수 있듯이 \tilde{G}_{c0} 은 저주파 영역으로 갈수록, \tilde{G}_{c1} 은 고주파 영역으로 갈수록 큰 영향을 가지므로 \tilde{G}_{c0} 와 \tilde{G}_{c1} 은 각각 저주파 영역과 고주파 영역에서의 동특성에 의거하여 설계되어야 한다[2].

1. 비레이득 K_c 설계

고주파 영역에서는 $|G(j\omega)\tilde{G}_c(j\omega)| \ll 1$ 의 특성을 가지므로 페루프 전달함수 $H_i(s)$ 는 다음과 같이 근사화 될 수 있다.

$$H_i(s) = (I + G(s)\tilde{G}_c(s))^{-1} G(s)\tilde{G}_c(s) \approx G(s)\tilde{G}_c(s) \quad (6)$$

이는 고주파 영역에서 $\tilde{G}_c(s)$ 는 루프 간의 상호간섭작용을

무시하고 단순히 대각 행렬요소만을 고려하여 설계될 수 있음을 뜻한다. 따라서 이상적인 다중루프 제어기 $\tilde{G}_c(s)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\tilde{G}_c(s) = \tilde{G}^{-1}(s)\tilde{R}(s)(I - \tilde{R}(s))^{-1} \quad (7)$$

여기서 $\tilde{G}(s) = \text{diag}[G_{11}, G_{22}, \dots, G_{mm}]$.

(2)를 (7)에 대입하면, 루프 i 에서의 이상적 다중루프 제어기 $\tilde{G}_{ci}(s)$ 는

$$G_{ci}(s) = \frac{[G_{ii}(s)]^{-1}(\beta_i s + 1)}{(\lambda_i s + 1)^{n_i} - G_{ii}(s)(\beta_i s + 1)} \quad (8)$$

$G_{ii}(0) = 1$ 이므로, (8)은 적분항이 포함된 Maclaurin 급수로 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$G_{ci}(s) = \frac{1}{s} (f_i(0) + f_i'(0)s + O(s^2)) \quad (9)$$

여기서 $f_i(s) = G_{ci}(s)s$.

따라서 다중루프 PI 제어기에서의 비레이득 K_{ci} 는 다음과 같이 설계된다.

$$K_{ci} = f_i'(0) \quad (10)$$

2. 적분상수 τ_i 설계

\tilde{G}_{c0} 는 저주파 영역에서의 동특성에 의거하여 설계되어야 하는데, 저주파 영역에서는 루프의 상호간섭작용을 무시할 수 없다. $G(s)$ 의 Maclaurin 급수 표현은 다음과 같고

$$G(s) = G_0 + G_1 s + O(s^2) \quad (11)$$

이때 $G_0 = G(0)$; $G_1 = G'(0)$

(5)와 (11) 을 이용하여 (1) 의 페루프 전달함수 $H_i(s)$ 을 Maclaurin 급수로 표현하면

$$H_i(s) = I - (G_0 \tilde{G}_{c0})^{-1} s + O(s^2) \quad (12)$$

따라서 (12) 의 s항을 이상적인 페루프 응답 행렬 $\tilde{R}(s)$ 의 Maclaurin 급수 표현

$$\tilde{R}(s) = \tilde{R}(0) + \tilde{R}'(0)s + O(s^2) \quad (13)$$

의 s항과 비교함으로써 아래와 같은 적분상수 τ_i 설계식을 얻을 수 있다.

$$\tau_{ci} = - \frac{[G_{ii}'(0) - n_i \lambda_i + \beta_i] K_{ci}}{[G_{ii}'(0)]} \quad (14)$$

III. 실험 결과

제안된 다중루프 PI제어기 설계방법의 성능을 확인하기 위하여 잘 알려진 아래의 다변수 증류공정[7]에 대하여 시뮬레

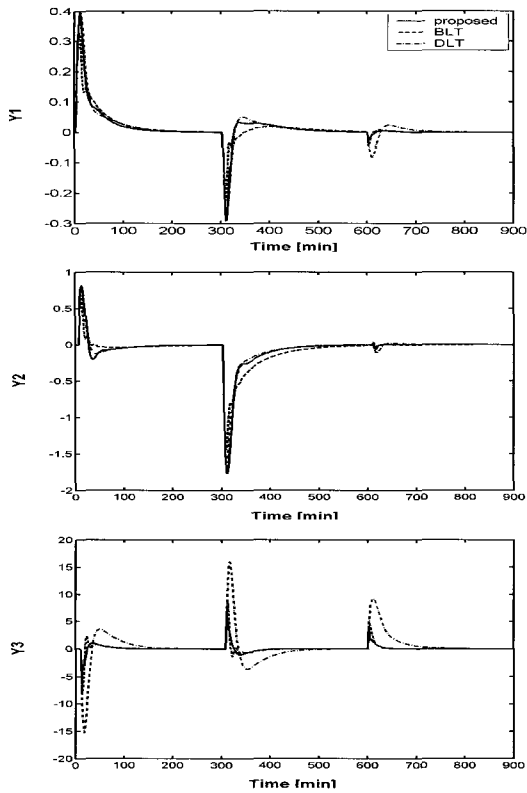


그림 2. 외란의 순차적 계단변화에 따른 제어변수 응답 비교.
Fig. 2. Comparison of output responses to the sequential step changes in disturbance.

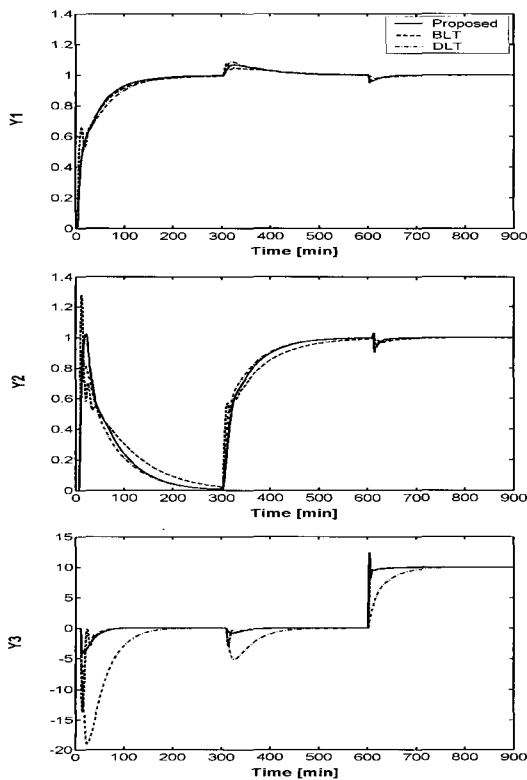


그림 3. 설정점의 순차적 계단변화에 따른 제어변수 응답 비교.
Fig. 3. Comparison of output responses to the sequential step changes in setpoint.

표 1. 여러가지 제어기 설계방법에 의한 PI 제어기 변수값 및 IAE 값.

Table 1. PI controller parameters and IAE values by the various methods.

PI 제어기 변수값	제안된 방법	BLT 방법	DLT 방법
Kc	0.60, -0.046, 6.53	1.51, -0.29, 2.63	0.61, -0.14, 0.3
τ_i	6.54, 2.31, 12.67	16.40, 4.18, 6.61	8.00, 6.50, 6.85
설정점 변화			
IAE1	32.95, 62.43, 116.2	32.06, 70.22, 149.85	35.86, 55.49, 975.54
IAE2	6.37, 40.65, 33.54	6.19, 45.71, 43.07	6.99, 35.74, 297.52
IAE3	0.11, 0.12, 3.67	0.12, 0.15, 3.59	0.12, 0.10, 27.58
IAEt	296.04	350.96	1434.90
외란 변화			
IAE1	10.87, 19.23, 70.45	10.86, 11.9, 90.96	13.12, 17.46, 463.50
IAE2	7.22, 52.63, 82.57	5.28, 60.93, 94.68	8.12, 46.51, 505.40
IAE3	0.01, 0.01, 1.94	0.01, 0.02, 2.51	0.08, 0.08, 22.83
IAEt	244.93	277.15	1077.10

(*) 제안된 방법에서 필터 차수는 $n_i = 2, m_i = 1$ 사용; 루프 1,2,3 에 각각 $\lambda_i = 15, 15, 3$ 적용 / K_{ci}, τ_{ii} 는 각 루프의 PI 제어기의 비례득 및 적분상수 / IAE_i 는 설정점 (혹은 외란) 변화가 루프 i 에 발생했을 때의 각 루프의 IAE(Integral Absolute Error) 값; IAE_t 는 각 루프의 IAE_i 값의 총합.

이션을 수행하고 그 결과를 기존의 BLT방법[7] 및 DLT방법 [8]과 비교해 보았다.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.66e^{-2.6s}}{6.7s+1} & \frac{-0.6e^{-3.5s}}{8.64s+1} & \frac{-0.0049e^{-s}}{9.06s+1} \\ \frac{1.11e^{-6.5s}}{3.25s+1} & \frac{-2.36e^{-3s}}{5s+1} & \frac{-0.01e^{-12s}}{7.09s+1} \\ \frac{-34.68e^{-9.2s}}{8.15s+1} & \frac{46.2e^{-9.4s}}{10.9s+1} & \frac{0.89(11.61s+1)e^{-s}}{(3.89s+1)(18.8s+1)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

여러가지 설계방법에 의한 PI 제어기 조율 값과 이에 따른 제어변수 응답에서의 IAE(Integral Absolute Error) 값을 표 1에 수록 하였다. 외란의 계단 변화가 각 루프에 순차적으로 발생하는 경우에 대하여, 여러 가지 설계방법에 의하여 조율된 제어기에 의한 응답 결과를 비교하였으며 그 결과는 그림 2 와 표 1에 나타내었다.

그림 3은 각 루프에 순차적으로 설정점 계단 변화가 이루어졌을 때의 응답을 보여주고 있다. 그림 2와 3에 보여진 응답과 표 1의 IAE 값에서 볼 수 있듯이 제안된 방법이 기존의 방법보다 우수한 제어성능을 가져오는 것을 알 수 있다. 특히 기존의 방법들은 제어기의 조율값을 구하기 위하여 복잡한 반복계산을 필요로 하지만, 제안된 방법은 제어기 설계가 간단한 해석적 방법으로 이루어 지기 때문에 제어 실무자들이 사용하기에 용이하다는 실제적 장점을 가지고 있다.

IV. 결론

다중루프 PI제어기의 효율적 설계를 위한 새로운 해석적 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 단변수 공정에서의 IMC-PID기법을 기반으로 이를 다변수 공정으로 확장한 것으로서 공정전달함수의 대각행렬 요소의 우세극점을 제거할 수 있도록 IMC필터 구조를 변경함으로써 외란 응답에서의 지연현

상을 개선할 수 있었으며 설정점 추종 응답 성능의 개선을 위하여 설정점 필터를 도입하여 전체적으로 2자유도 구조를 가지게 하였다. 전형적인 다변수 화학공정 모델에 대하여 적용한 결과, 제안된 방법의 우수성을 확인할 수 있었다.

참고문헌

[1] Y. Lee, M. Lee, S. Park, and C. B. Brosilow, "PID controller tuning for desired closed loop responses for SI/SO systems," *AIChE J.*, vol. 44, pp. 106-112, 1998.

[2] M. Lee, K. Lee, C. Kim, and J. Lee, "Analytical design of multiloop PID controllers for desired closed-loop responses," *AIChE J.*, vol. 50, pp. 1631-1635, 2004.

[3] C. G. Economou and M. Morari, "Internal model control 6: multiloop design," *Ind.Eng.Chem.Process Des. Dev.*, vol. 25, pp. 411-419, 1986.

[4] M. S. Basualdo and J. L. Marchetti, "Tuning method for interactive multiloop IMC, PI and PID controllers," *Chem.Eng. Commun.*, vol. 97, pp. 47-55, 1990.

[5] J. Dong and C. B. Brosilow, "Design of robust multivariable PID controllers via IMC," *Proceeding of the American Control Conference, AACC*, pp. 3380-3384, 1997.

[6] D. Y. Lee, M. Lee, Y. Lee, and S. Park, "Mp criterion based multiloop PID controllers tuning for desired closed-loop responses," *Korean.J. Chem.Eng.*, vol. 20, pp. 8-13, 2003.

[7] W. L. Luyben, "Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems," *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, vol. 25, pp. 654-660, 1986.

[8] J. Jung, J.Y. Choi, and J. Lee, "One-parameter method for a multiloop control system design" *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 38, 1580-1588, 1999.



트 통 부

2000년 호치민공과대학교 기계공학부(공학사). 2005년 영남대학교 디스플레이 화학공학부(공학석사). 2005년~현재 영남대학교 디스플레이화학공학부 박사과정 재학중. 관심분야는 다중루프제어.



이 지 태

1979년 서울대학교 화학공학과(공학사). 1981년 한국과학기술원 화학공학과(공학석사). 1986년 한국과학기술원 화학공학과(공학박사). 1983년~현재 경북대학교 화학공학과 교수. 관심분야는 공정 제어, 모델링, 제어하드웨어.



이 문 용

1982년 서울대학교 화학공학과(공학사). 1984년 한국과학기술원 화학공학과(공학석사). 1991년 한국과학기술원 화학공학과(공학박사). 1984년~1994년 (주)SK 기술연구소. 1994년~현재 영남대학교 디스플레이화학공학부 교수. 관심분야는 공

정제어 및 감시, 공정설계 및 모델링.